

# **PRINCIPIOS DE LA TEORÍA ECE**

UN NUEVO PARADIGMA DE LA FÍSICA

Myron W. Evans, Horst Eckardt, Douglas W. Lindstrom, Stephen J. Crothers

Traducción: Alex Hill

Enero de 2015.

# Contenido

<b>1</b>	<b>Bases de la Geometría de Cartan</b>	<b>3</b>
1.1	Antecedentes históricos	3
1.2	Las Ecuaciones Estructurales de Maurer y Cartan	10

## Capítulo 1: Bases de la Geometría de Cartan.

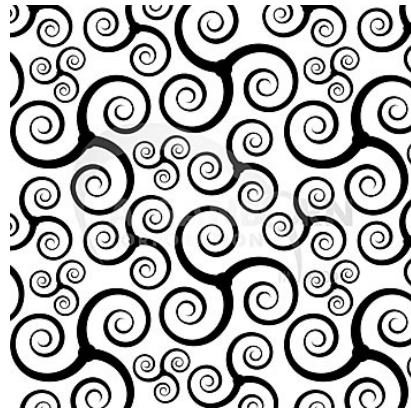
### 1.1 Antecedentes históricos.

La geometría era equiparada con la belleza por los antiguos griegos, y la utilizaban para crear arte del más alto nivel. El Partenón, por ejemplo, se construyó sobre principios de simetría, y se introdujo deliberadamente una falla de manera de no ofender a los dioses con la perfección proveniente de sus súbditos. Mil años después, el Libro de Kells escaló la magnificente



Fragmento perteneciente al Libro de Kells.

cumbre del arte céltico insular mediante el empleo de los principios de la geometría en el diseño de los hermosos triskeles. El pensamiento aristotélico dominó la filosofía natural hasta



Ejemplo de triskeles celtas.

que Copérnico ubicó al Sol en el centro del Sistema Solar, un desafío a la Ecclesia, el poder europeo dominante surgido de las celdas monacales en forma de panal ubicadas en sitios remotos tales como Skellig Michael. En tales lugares, la civilización se había mantenido viva,



Celdas monacales en forma de panal en Skellig Michael, Irlanda.

colgada de sus uñas, después de que el Imperio Romano hubiera sido barrido por vigorosos pueblos del extremo norte. Tenían su propia clase de geometría, labrada en las proas de sus naves, patrones entretejidos y labrados en madera. Copérnico ofreció un desafío al dogma, lo cual siempre constituye una acción peligrosa, y la naturaleza humana nunca cambia.



Página del texto original de Copérnico acerca de su teoría del heliocentrismo.

Gradualmente, comenzó a surgir una nueva iluminación, con figuras tales como Galileo y Kepler en su centro. Leonardo da Vinci, a principios del Renacimiento, había intuido que la naturaleza es geometría, y que no es posible dedicarse a la física sin el empleo de la matemática. Aún antes que Leonardo, los estilos perpendiculares y góticos de la arquitectura dieron como resultado grandes catedrales europeas construidas a partir de la geometría, tales como Cluny, Canterbury y Chartres. Tanto Leonardo como Descartes pensaban en términos de espirales en movimiento, reminiscentes de la noche estrellada retratada por van Gogh.

Francis Bacon pensaba que la naturaleza era la medida última de toda teoría, y que el dogma finalmente queda descartado. Esto constituye el otro desafío a la Ecclesia. Galileo afirmaba, imprudentemente, que el Sol era el centro del Sistema Solar, como le llamamos hoy día. Esto ofendió a la Ecclesia, de manera que se le sometió a arresto domiciliario, del cual logró sobrevivir. Resulta peligroso desafiar al dogma, es decir desafiar la sabiduría cómodamente recibida de nuestros antepasados y que evita la agotadora necesidad de pensar. De manera que, alrededor del año 1600, mientras Bruno era quemado en la hoguera, Kepler comenzó la laboriosa tarea de análisis de la órbita de Marte. Tico de Brahe finalmente le había proporcionado los datos necesarios. Todo esto viene maravillosamente descrito en el libro de Arthur Koestler "Los Sonámbulos" (*The Dreamwalkers*) (*N. del T.: Existe traducción de este libro al castellano de libre acceso en línea*). Kepler utilizó el antiguo conocimiento de una manera novedosa; la geometría describe la naturaleza, la naturaleza es geometría. Se descubrió que la órbita de Marte era una elipse, no un círculo, y con el Sol ubicado en uno de sus focos. Luego de una inmensa cantidad de trabajo, Kepler descubrió tres leyes del movimiento planetario. Estas leyes fueron sintetizadas por Newton en su teoría de la gravitación universal, desarrollada posteriormente por muchos matemáticos tales como Euler, Bernoulli, Laplace y Hamilton.

Todas estas descripciones de la naturaleza se apoyaban en un espacio de tres

dimensiones y en el tiempo. El espacio tridimensional era aquel desarrollado por Euclides, mientras que el tiempo fluía hacia adelante por su propia cuenta. El espacio y el tiempo constituían entes diferentes hasta que Michelson y Morley llevaron a cabo un experimento que puso este dogma de cabeza. Parecía que la velocidad de la luz era independiente de la dirección en la que se medía. Parecía como que  $c$  era el límite superior; una velocidad menor  $v$  no podía sumarse a  $c$ . Fitzgerald y Heaviside intercambiaron correspondencia acerca de este enigmático resultado, y Heaviside estuvo cerca de resolver esta aparente contradicción. Lorentz barrió con el dogma que había sobrevivido durante dos mil años, al fusionar el espacio tridimensional con el tiempo y así crear el espacio-tiempo en cuatro dimensiones ( $ct, X, Y, Z$ ). Esto constituyó el inicio de la teoría de la relatividad restringida, capaz de transformar cantidades desde un marco de referencia a otro, y donde  $c$  permanecía constante pero  $t, X, Y,$  y  $Z$  variaban, de manera que las cantidades en el nuevo marco de referencia eran ( $ct', X', Y', Z'$ ). Lorentz consideró el sencillo caso en el que un marco de referencia se mueve con respecto a otro a una velocidad constante  $v$ , pero si un marco de referencia se aceleraba respecto del otro la teoría se volvía insostenible. Esto constituye la célebre transformación de Lorentz. El espacio-tiempo utilizado por Lorentz se conoce como el espacio-tiempo plano, lo cual significa que se describe mediante un cierto límite de una geometría más general. El espacio-tiempo plano se describe mediante una sencilla métrica conocida como *diag* (1, -1, -1, -1), una matriz de  $4 \times 4$  con estas cifras en su diagonal. Lorentz, Poincaré, Voigt y muchos otros aplicaron la teoría de la relatividad restringida a la electrodinámica, y descubrieron que las ecuaciones de Maxwell y Heaviside cumplen con la transformación de Lorentz, y por lo tanto se les consideró como ecuaciones de la relatividad restringida. El sistema newtoniano de la dinámica no cumple con la transformación de Lorentz, y no existe límite en la velocidad lineal del sistema newtoniano.

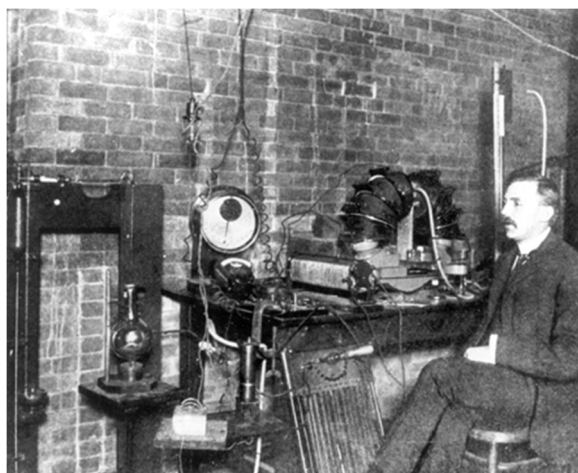


Hendrik Antoon Lorentz.

De manera que se desarrolló un cisma entre la dinámica y la electrodinámica, pues parecía no cumplir con diferentes leyes de transformación y diferentes geometrías. La dinámica ha sido descrita por las mejores mentes, y durante dos siglos desde Newton, como existiendo en un espacio euclidiano y el tiempo. La electrodinámica existía en un espacio-tiempo plano. Las geometrías subyacentes a los dos temas parecían ser diferentes. Hubo intentos, al inicio del siglo XX, de resolver este desafío fundamental en el campo de la física. En el año de 1905, Einstein aplicó a la dinámica los principios de Lorentz, utilizando los conceptos de 4-momento, momento relativista y energía. Las leyes de dinámica se fusionaron con las leyes de la electrodinámica utilizando a  $c$  como constante universal. Einstein también

desafió el dogma y muchos científicos de la vieja escuela rechazaron de plano la relatividad restringida. Algunos dogmáticos aun la rechazan. A partir de 1905 en adelante, la física dejó de ser comprensible sin el empleo de las matemáticas, lo cual explica por qué tan poca gente hoy día comprende la física y es fácilmente engañada por los dogmáticos. A finales del siglo XIX se descubrieron varios otros errores en la física anterior, y los mismos fueron resueltos mediante la mecánica cuántica, en especial a través de la cuantización de la energía, desarrollada por Planck. La mecánica cuántica parecía ofrecer una descripción precisa de la radiación del cuerpo negro, el efecto fotoeléctrico y el calor específico de los cuerpos sólidos, pero se desviaba radicalmente de la física clásica. Hoy día, muchas personas no comprenden la mecánica cuántica o la relatividad restringida porque dichas disciplinas resultan completamente contra-intuitivas. Planck, Einstein y muchos otros, en especial Sommerfeld y su escuela, desarrollaron lo que hoy día se conoce como la antigua teoría cuántica.

La antigua teoría cuántica y la relatividad restringida tuvieron muchos éxitos, pero existían como teorías independientes entre sí. No existía un marco geométrico mediante el cual pudieran unificarse ambas teorías, y la relatividad restringida se limitaba al movimiento de un marco de referencia con respecto de otro con una velocidad constante. Se consideraba que los brillantes éxitos de la física newtoniana clásica eran un límite de la relatividad restringida, un límite en el cual la velocidad  $v$  de una partícula es mucho menor que  $c$ . Surgió una nueva teoría corpuscular de la luz en la antigua teoría cuántica, y este corpúsculo se denominó *fotón*, alrededor de veinte años más tarde. Inicialmente, se consideraba al fotón como una radiación electromagnética cuantizada. Alrededor del año 1905, la física se encontraba dividida en tres partes, y el trabajo de Rutherford y su escuela comenzó a demostrar la existencia de partículas elementales, habiéndose descubierto poco antes la existencia del electrón. Einstein, Langevin y otros analizaron el movimiento browniano para demostrar la existencia de moléculas, inferidas inicialmente por Dalton. Los viejos dogmáticos se habían rehusado a aceptar la existencia de moléculas durante más de un siglo. El grupo de Rutherford demostró la existencia de la partícula alfa e infirió la existencia del núcleo y del neutrón, descubierto posteriormente por Chadwick. Rutherford y Soddy, y demostraron la existencia de isótopos, núcleos atómicos que poseen el mismo número de protones pero diferente número de neutrones. De manera que la física rápidamente se separó en muchas direcciones, pues no había una teoría unificada que pudiese explicar todos estos tremendos descubrimientos.



Rutherford en su laboratorio.

Mientras tanto, la geometría se había desarrollado alejándose de los principios de la geometría euclidiana. Hubo muchos contribuyentes, y el logro más notable, a mediados del siglo XIX, fue el de Riemann, quien propuso el concepto de la métrica. Poco después, Christoffel infirió la conexión geométrica. La métrica y la conexión describen la diferencia entre la geometría euclidiana y una nueva clase de geometría, conocida a menudo como geometría de Riemann. De hecho, Riemann sólo infirió la métrica. El tensor de curvatura, o tensor de Riemann, en realidad fue inferido mucho después, alrededor del año 1900, por Ricci y su alumno Levi Civita. Se requirieron más de treinta años para progresar desde la métrica hasta el tensor de curvatura. No había forma de saber acerca de la simetría de la conexión. Esta última posee un índice superior y dos índices inferiores, de manera que es una matriz para cada índice superior. En general, una matriz es asimétrica, puede poseer cualquier simetría pero siempre puede expresarse como la suma de una matriz simétrica y una matriz antisimétrica. De manera que la conexión para cada índice superior es, en general, la suma de componentes simétricos y antisimétricos. Christoffel, Ricci y Levi Civita supusieron, sin demostrarlo, que la conexión es simétrica en sus dos índices inferiores - la conexión simétrica. Esta suposición fue utilizada por Bianchi alrededor del año 1902 para demostrar la primera identidad de Bianchi, a partir de la cual se obtiene la segunda identidad de Bianchi. Ambas identidades suponen una conexión simétrica. La parte antisimétrica de la conexión se ignoró de una manera irracional, o dogmática. Este dogma evolucionó eventualmente hacia la relatividad general, un dogma incorrecto que desafortunadamente influyó el pensamiento en la filosofía natural durante más de un siglo.



Elwin Christoffel, Tulio Levi Civita y Gregorio Ricci Cusastro.

El primer físico que prestó mucha atención a estos desarrollos en el campo de la geometría parece haber sido Einstein, cuyo amigo Marcel Grossmann era un matemático. Einstein no era partidario de la complejidad de la geometría de Riemann, tal como se le conocía, y nunca desarrolló un dominio sobre dicho tema. Luego de varios intentos, entre los años de 1905 y 1915, Einstein utilizó la segunda identidad de Bianchi y el Teorema de





Marcel Grossmann (izq) en compañía de Einstein (der) en Suiza, a principios del siglo XX.

Noether covariante para deducir una ecuación de campo de la relatividad general a finales de 1915. Esta ecuación de campo fue resuelta inicialmente por Schwarzschild en el mes de diciembre de 1915, pero Schwarzschild criticó ácremente la deducción efectuada por Einstein. Posteriormente, dicha ecuación de campo de Einstein también recibió las críticas de Schroedinger, Bauer, Levi-Civita y otros, en especial del matemático Elie Cartan.



Elie Cartan.

Cartan fue uno de los principales matemáticos de su época, e infirió el concepto de los espino-tensores, o espinores, en 1913. A principios de la década de 1920 utilizó la conexión antisimétrica para inferir la existencia de la torsión, una cantidad que había sido desechada veinte años antes por Ricci, Levi-Civita y Bianchi, y también por Einstein. La teoría íntegra de la relatividad general continuó despreciando la torsión a lo largo del siglo XX. Cartan y Einstein intercambiaron correspondencia pero, en realidad, nunca llegaron a entenderse. Cartan se dio cuenta de que existen dos cantidades fundamentales en la geometría, la torsión y la curvatura. Expresó lo anterior, junto con Maurer, bajo la forma de dos ecuaciones estructurales y, utilizando una geometría diferencial intentó fusionar el concepto de espino-tensores con aquellos de la torsión y la curvatura. Las ecuaciones estructurales seguían siendo casi desconocidas en el mundo de la física, hasta que fueron

utilizadas en el año 2003 en el tema de este libro, la teoría del campo unificado de Einstein, Cartan y Evans, conocida como la teoría ECE. La teoría ECE ha barrido el mundo de la física, y ha sido leída y considerada exacta entre treinta y cincuenta millones de veces a lo largo de una década. Este fenómeno se conoce como el cambio paradigmático post-einsteiniano, una frase acuñada por Alwyn van der Merwe.

La primera y segunda ecuaciones estructurales de Maurer Cartan pueden introducirse a las respectivas definiciones de Riemann de torsión y curvatura. El concepto de conmutador de derivadas covariantes se ha desarrollado para dar la torsión y la curvatura simultáneamente con mucha elegancia. El conmutador actúa sobre cualquier tensor en cualquier espacio de cualquier número de dimensiones, y siempre aísla la torsión, simultáneamente con la curvatura. La torsión se constituye a partir de la diferencia de dos conexiones antisimétricas, y estas conexiones poseen la misma antisimetría que el conmutador. La conexión utilizada en la curvatura es siempre antisimétrica. Una conexión simétrica significa un conmutador simétrico. Un conmutador simétrico siempre desaparece, y la torsión y curvatura desaparecen si la conexión es simétrica. Esto significa que la segunda identidad de Bianchi utilizada por Einstein es incorrecta, y que su ecuación de campo carece de sentido.

Las secciones iniciales de este libro desarrollan esta geometría básica y utilizan la identidad de Cartan para producir las ecuaciones de campo geoméricamente correctas de la electrodinámica unificada con la gravitación. Los dogmáticos han fracasado en lograr esta unificación, debido a que utilizaron una conexión simétrica y porque continuaron considerando a la electrodinámica como relatividad restringida.

## 1.2 Las Ecuaciones Estructurales de Maurer y Cartan.

Estas ecuaciones estructurales se desarrollaron utilizando la notación de geometría diferencial y se definen en numerosos documentos [1–10] de la serie UFT, disponibles en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us). El descubrimiento más importante, realizado por Elie Cartan en este campo de su trabajo, fue el de la torsión del espacio-tiempo. Para que existiese la torsión, la conexión geométrica debe de ser antisimétrica. En los trabajos previos de Christoffel, Ricci, Levi-Civita y Bianchi, se había supuesto que la conexión debía de ser simétrica. La relatividad general einsteiniana continuó repitiendo este error durante más de cien años, y esta asimetría incorrecta constituye la razón de por qué Einstein no logró desarrollar una teoría del campo unificado, aun cuando Cartan le había informado acerca de la existencia de la torsión. La primera ecuación estructural define la torsión en términos de la geometría diferencial. En la notación más sencilla, o minimalista, la torsión  $T$  es:

$$T = D \wedge q = d \wedge q + \omega \wedge q \quad (1.1)$$

donde  $d \wedge$  denota la derivada cuña de la geometría diferencial,  $q$  denota la tétrada de Cartan y  $\omega$  denota la conexión de espín de Cartan. El símbolo  $D \wedge$  define la derivada cuña covariante. En esta notación, se omiten los índices de la geometría diferencial por cuestiones de claridad. La tétrada de Cartan, también se conocía inicialmente como *vielbein* (que significa “muchas patas” en idioma alemán) o *vierbein* (cuatro patas). La derivada cuña constituye una elegante formulación que puede traducirse [1–11] a notación tensorial. Esto se lleva a cabo con todo

detalle en los documentos UFT, ya mencionados, los cuales pueden consultarse mediante el empleo de índices o a través del buscador de *Google*. En esta sección nos concentraremos en los aspectos esenciales, sin sobrecargar el texto con detalles. La conexión de espín se relaciona con la conexión de Christoffel.

El único libro de texto que siquiera menciona la torsión de una manera clara y comprensible es el escrito por S. M. Carroll [11], que se acompaña de notas publicadas en la red. La teoría ECE utiliza precisamente la misma geometría que se describe en los primeros tres capítulos de la obra de Carroll, pero la teoría ECE ha evolucionado de una manera completamente independiente respecto de la interpretación brindada por Carroll a partir de su cuarto capítulo. Carroll define la torsión, pero luego la hace a un lado sin explicar sus motivos, y esto fue exactamente la misma acción realizada por la relatividad general del siglo XX. Todas las demostraciones de Carroll se han incluido con todo detalle en los documentos y libros de la serie UFT [1–10], y también se infiere una cantidad considerable de nueva geometría, en especial la identidad de Evans. Utilizando la notación de Carroll, la primera ecuación estructural es:

$$T^a = d \wedge q^a + \omega^a{}_b \wedge q^b \quad (1.2)$$

en la cual se han agregado los índices del alfabeto latino de la tétrada así como la conexión de espín. Estos índices eran originalmente índices del espacio-tiempo tangente de Minkowski, definido por Cartan en un punto  $P$  de la variedad (o *manifold* en idioma inglés) de la base general. Esta última se define mediante índices del alfabeto griego. La Ec. (1.2), cuando se expresa de un modo más completo, deviene:

$$T^a_{\mu\nu} = (d \wedge q^a)_{\mu\nu} + \omega^a{}_{\mu b} \wedge \nu q^b_{\nu}. \quad (1.3)$$

De manera que la torsión tenía un índice superior en letras latinas y dos índices inferiores en letras griegas. Es una 2-forma de valor vectorial de la geometría diferencial, la cual es, por definición, antisimétrica en sus índices griegos:

$$T^a_{\mu\nu} = -T^a_{\nu\mu}. \quad (1.4)$$

La torsión es un tensor con índices mixtos de rango tres.

La tétrada posee un índice superior latino,  $a$ , y un índice inferior griego,  $\mu$ . Es una 1-forma de valor vectorial de la geometría diferencial y constituye un tensor de índice mixto de rango dos. La tétrada se define como una matriz que relaciona un vector,  $V^a$ , y un vector,  $V^\mu$

$$V^a = q^a{}_\mu V^\mu. \quad (1.5)$$

En su trabajo original, Cartan definió  $V^a$  como un vector en el espacio-tiempo tangente de una variedad base, y definió el vector  $V^\mu$  en la variedad base. Sin embargo, durante el transcurso del desarrollo de la teoría ECE se infirió que la tétrada puede utilizarse de una manera más general, tal como se demuestra en detalle en los documentos de la serie UFT, para relacionar un vector  $V^a$  definido por un sistema de coordenadas curvilíneo, con el mismo vector definido en otro sistema de coordenadas curvilíneo, por ejemplo polar cilíndrico y cartesiano, o

circular complejo y cartesiano. La conexión de espín posee un índice superior y un índice inferior griegos y un índice inferior latino, y se relaciona con la conexión de Christoffel a través de un teorema fundamental de la geometría diferencial, conocido en forma oscura como el postulado de la tétrada. El postulado de la tétrada es el teorema que establece que el campo vectorial completo en cualquier espacio y en cualquier número de dimensiones es independiente de la forma en la cual dicho campo vectorial completo se expresa en términos de componentes y elementos básicos. Por ejemplo, en tres dimensiones el campo vectorial completo es el mismo en coordenadas polares cilíndricas y cartesianas, o cualquier sistema de coordenadas curvilíneas. La conexión de Christoffel no se transforma como un tensor [1–11], de manera que la conexión de espín no es un tensor, pero para algunos propósitos puede definirse como una 1-forma, con un índice inferior griego.

El producto cuña de la geometría diferencial se define precisamente de una manera general, y traduce la Ec. (1.3) a una notación tensorial, al actuar sobre la 1-forma  $q_\mu^a$  y la 1-forma  $\omega_{\mu b}^a$  para dar:

$$T_{\mu\nu}^a = \partial_\mu q_\nu^a - \partial_\nu q_\mu^a + \omega_{\mu b}^a q_\nu^b - \omega_{\nu b}^a q_\mu^b \quad (1.6)$$

la cual es una ecuación tensorial. Se observa que la ecuación completa es antisimétrica en los índices griegos  $\mu$  y  $\nu$ , lo cual significa que:

$$T_{\mu\nu}^a = \partial_\nu q_\mu^a - \partial_\mu q_\nu^a + \omega_{\nu b}^a q_\mu^b - \omega_{\mu b}^a q_\nu^b. \quad (1.7)$$

Este resultado es importante para las leyes de antisimetría de la teoría ECE, desarrolladas más adelante en este libro. En esta ecuación tensorial existe suma sobre índices repetidos, de manera que:

$$\omega_{\mu b}^a q_\nu^b = \omega_{\mu 1}^a q_\nu^1 + \dots + \omega_{\mu n}^a q_\nu^n \quad (1.8)$$

en general. Se observa que la torsión posee alguna semejanza con la forma en la cual Lorentz, Poincaré y otros definieron un campo electromagnético en términos del 4-potencial, un desarrollo del trabajo de Heaviside. Esto condujo a la inferencia de la teoría ECE en el año 2003, a través de un sencillo postulado descrito en el próximo capítulo. La diferencia es que la torsión contiene un índice superior  $a$  y contiene un término antisimétrico en la conexión de espín.

Todas las ecuaciones de la geometría de Cartan son covariantes generalizadas, lo cual significa que se transforman bajo la transformación general de coordenadas, y son ecuaciones de la relatividad general. Por lo tanto, la torsión es covariante generalizada, tal y como lo requiere la relatividad general. El postulado de la tétrada resulta en la siguiente relación entre la conexión de espín y la conexión gamma:

$$\partial_\mu q_\nu^a + \omega_{\mu b}^a q_\nu^b = \Gamma_{\mu\nu}^\lambda q_\lambda^a \quad (1.9)$$

y utilizando esta ecuación en la Ec. (1.6) se produce la torsión de Riemann:

$$T_{\mu\nu}^\lambda = \Gamma_{\mu\nu}^\lambda - \Gamma_{\nu\mu}^\lambda. \quad (1.10)$$

En la deducción de la torsión de Riemann se utilizó la siguiente ecuación de la geometría de Cartan:

$$T_{\mu\nu}^a = q_{\lambda}^a T_{\mu\nu}^{\lambda}, \quad (1.11)$$

lo cual significa que la tétrada desempeña el papel de conmutar el índice  $a$  a un índice  $\lambda$ . Análogamente, la ecuación para la torsión puede simplificarse utilizando:

$$\omega_{\mu b}^a q_{\nu}^b = \omega_{\mu\nu}^a; \quad \omega_{\nu b}^a q_{\mu}^b = \omega_{\nu\mu}^a \quad (1.12)$$

para dar una expresión más sencilla

$$T_{\mu\nu}^a = \partial_{\mu} q_{\nu}^a - \partial_{\nu} q_{\mu}^a + \omega_{\mu\nu}^a - \omega_{\nu\mu}^a. \quad (1.13)$$

Puede observarse que la torsión riemanniana es antisimétrica en  $\mu$  y  $\nu$ , de manera que  $T_{\mu\nu}^{\lambda}$  desaparece si la conexión fuese simétrica, o sea si lo siguiente fuera cierto:

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \Gamma_{\nu\mu}^{\lambda}. \quad (1.14)$$

La relatividad general einsteiniana siempre supuso, sin demostración, la vigencia de la Ec. (1.14). De hecho, el método del conmutador, a describirse más abajo, demuestra que la conexión es antisimétrica. Llegamos así a la conclusión de que la relatividad general einsteiniana se refuta íntegramente debido a su desprecio de la torsión, y parte del propósito de este libro constituye el forjar una nueva cosmología basada en la torsión. Con el objeto de que la teoría de torsión sea de utilidad para los ingenieros y químicos, es necesario traducir la notación tensorial a la notación vectorial. Los detalles precisos de la forma en que esto se llevó a cabo se proporcionan, nuevamente, en los documentos UFT y otros materiales, todos ellos publicados en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us).

En notación vectorial, la torsión se divide en una torsión orbital y una torsión de espín. Con el objeto de definir éstas de una manera precisa, el 4-vector de la tétrada se define como el 4-vector:

$$q_{\mu}^a = (q_0^a, \underline{q}^a), \quad (1.15)$$

$$q^{a\mu} = (q^{a0}, \underline{q}^a), \quad (1.16)$$

con un componente de tipo temporal  $q_0^a$  y un componente de tipo espacial  $\underline{q}^a$ . Análogamente, la conexión de espín se define como el 4-vector:

$$\omega_{\mu b}^a = (\omega_{0b}^a, \underline{\omega}_b^a). \quad (1.17)$$

En esta notación, la torsión orbital es:

$$\underline{T}_{orb}^a = -\underline{\nabla} q_0^a - \frac{1}{c} \frac{\partial \underline{q}^a}{dt} - \omega_{0b}^a \underline{q}^b + \underline{\omega}_b^a q_0^b \quad (1.18)$$

y la torsión de espín es:

$$T_{spin}^a = \underline{\nabla} \times \underline{q}^a - \underline{\omega}_b^a \times \underline{q}^b . \quad (1.19)$$

En la electrodinámica según la teoría ECE, la torsión orbital nos da la fuerza del campo eléctrico, mientras que la torsión de espín nos da la densidad de flujo magnético. En la gravitación según la teoría ECE, una parte de la torsión orbital nos da la aceleración debido a la gravedad, y la torsión de espín nos da el campo magneto-gravitacional. Las cantidades físicas de la electrodinámica y la gravitación se obtienen directamente a partir de la torsión y directamente a partir de la geometría de Cartan. Por ejemplo, el campo  $B^{(3)}$  fundamental de la electrodinámica [1-11] se obtiene a partir de la torsión de espín de la primera ecuación estructural.

En notación mínima, la segunda ecuación estructural de Cartan Maurer define la curvatura de Cartan:

$$R = D \wedge \omega = d \wedge \omega + \omega \wedge \omega , \quad (1.20)$$

de manera que la torsión es la derivada cuña covariante de la tétrada y la curvatura es la derivada cuña covariante de la conexión de espín. Por lo tanto, a un nivel fundamental, estas son simples definiciones y allí es donde radica la elegancia de la geometría de Cartan. Cuando se expanden en notación tensorial y vectorial adquieren un aspecto mucho más complejo, pero transmiten la misma información. En la notación tradicional de la geometría diferencial, la Ec. (1.20) deviene:

$$R_b^a = d \wedge \omega_b^a + \omega_c^a \wedge \omega_b^c \quad (1.21)$$

donde hay una suma sobre índices repetidos. Cuando se escribe en forma completa, la Ec. (1.21) deviene:

$$R_{b\mu\nu}^a = \left( d \wedge \omega_b^a \right)_{\mu\nu} + \omega_{\mu c}^a \wedge \omega_{\nu b}^c , \quad (1.22)$$

donde los índices de la variedad base se han restablecido. En notación tensorial, la Ec. (1.22) deviene:

$$R_{b\mu\nu}^a = \partial_{\mu} \omega_{\nu b}^a - \partial_{\nu} \omega_{\mu b}^a + \omega_{\mu c}^a \omega_{\nu b}^c - \omega_{\nu c}^a \omega_{\mu b}^c , \quad (1.23)$$

la cual define la curvatura de Cartan como una 2-forma con valor tensorial. Posee valor tensorial porque posee índices  $a$  y  $b$ , y es una 2-forma diferencial [1-11] antisimétrica en  $\mu$  y  $\nu$ . Utilizando el postulado de la tétrada (1.9) puede demostrarse que la Ec. (1.24) es equivalente al tensor de curvatura de Riemann:

$$R_{\rho\mu\nu}^{\lambda} = \partial_{\mu} \Gamma_{\nu\rho}^{\lambda} - \partial_{\nu} \Gamma_{\mu\rho}^{\lambda} + \Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda} \Gamma_{\nu\rho}^{\sigma} - \Gamma_{\nu\sigma}^{\lambda} \Gamma_{\mu\rho}^{\sigma} , \quad (1.24)$$

desarrollados por Ricci y Levi Civita alrededor del año 1900. La demostración de lo anterior es complicada, pero se incluye con todos los detalles en los documentos de la serie UFT.

La conexión geométrica fue desarrollada por Christoffel en la década de 1860, con el objeto de definir una derivada covariante generalizada. En cuatro dimensiones, por ejemplo, la derivada tradicional  $\partial_\mu$  no se transforma de una manera covariante [1–11] pero, por definición, la derivada covariante de cualquier tensor posee esta propiedad. La conexión de Christoffel se define mediante:

$$D_\mu V^\rho = \partial_\mu V^\rho + \Gamma_{\mu\lambda}^\rho \partial_\mu V^\lambda, \quad (1.25)$$

y la conexión de espín se define mediante:

$$D_\mu V^a = \partial_\mu V^a + \omega_{\mu b}^a V^b. \quad (1.26)$$

Sin información adicional no hay manera de determinar la simetría de la conexión de Christoffel y de espín, y ambos son asimétricos en general en sus dos índices inferiores. La derivada covariante puede actuar sobre cualquier tensor de cualquier rango de una manera bien definida, la cual se explica con todo detalle en los documentos de la serie UFT publicados en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us). Cuando actúa sobre la tétrada, un tensor de índice mixto de rango dos, produce el resultado [1–11]:

$$D_\mu q_\nu^a = \partial_\mu q_\nu^a + \omega_{\mu b}^a q_\nu^b - \Gamma_{\mu\nu}^\lambda q_\lambda^a. \quad (1.27)$$

El postulado de la tétrada significa que:

$$D_\mu q_\nu^a = 0, \quad (1.28)$$

y así la derivada covariante de la tétrada desaparece, con el objeto de mantener la invariancia del campo vectorial completo. Esto ha sido un teorema fundamental de la geometría de Cartan durante casi cien años. El postulado de la tétrada es el teorema mediante el cual la geometría de Cartan se traduce en geometría de Riemann.

La torsión de Riemann, y la curvatura de Riemann, se definen de una manera elegante mediante el conmutador de derivadas covariantes. Éste es un operador que actúa sobre cualquier tensor, en cualquier espacio de cualquier número de dimensiones. Cuando actúa sobre un vector se define, por ejemplo, mediante:

$$[D_\mu, D_\nu]V^\rho = D_\mu(D_\nu V^\rho) - D_\nu(D_\mu V^\rho). \quad (1.29)$$

Tal como se demuestra con todo detalle en el documento UFT99, la Ec. (1.29) resulta en:

$$[D_\mu, D_\nu]V^\rho = R_{\mu\nu\sigma}^\rho V^\sigma - T_{\mu\nu}^\lambda D_\lambda V^\rho. \quad (1.30)$$

La curvatura de Riemann, y la torsión de Riemann, siempre se producen en forma simultánea a través del conmutador el cual, por lo tanto, produce la primera y segunda ecuaciones estructurales de Cartan Maurer cuando se utiliza el postulado de la tétrada para traducir la torsión de Riemann y la curvatura de Riemann a la torsión de Cartan y la curvatura de Cartan. El conmutador también define la antisimetría de la conexión, y esto posee una importancia fundamental. Por definición, el conmutador es antisimétrico en los índices  $\mu$  y  $\nu$ :

$$[D_\mu, D_\nu]V^\rho = -(D_\nu, D_\mu)V^\rho, \quad (1.31)$$

y desaparece si estos índices son iguales, es decir si la conexión es simétrica. A partir de una inspección de la ecuación:

$$[D_\mu, D_\nu]V^\rho = -(\Gamma_{\mu\nu}^\lambda - \Gamma_{\nu\mu}^\lambda)D_\lambda V^\rho + R_{\mu\nu}^\rho V^\sigma, \quad (1.32)$$

la conexión posee la misma simetría que el conmutador, de manera que la conexión es antisimétrica:

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = -\Gamma_{\nu\mu}^\lambda, \quad (1.33)$$

un resultado de fundamental importancia. Una conexión simétrica significa un conmutador nulo, y esto significa que la torsión de Riemann y la curvatura de Riemann desaparecen ambas si la conexión es simétrica.

La relatividad general einsteiniana utilizaba, incorrectamente, una conexión simétrica, de manera que se refutan todos los resultados generados durante el siglo XX a partir de dicha teoría. Esto constituye la esencia del cambio paradigmático post-einsteiniano. La relatividad general correcta se basa en ecuaciones de campo obtenidas a partir de geometría de Cartan. Estas ecuaciones de campo se obtienen a partir de identidades de la geometría de Cartan. La primera de estas identidades, en notación simplificada, es:

$$D \wedge T = d \wedge T + \omega \wedge T : = R \wedge q = q \wedge R, \quad (1.34)$$

y esto se conoce en este libro como la identidad de Cartan. La derivada covariante de la torsión es el producto cuña de la tétrada y la curvatura. Los productos cuña en la Ec. (1.34) son aquellos de una 1-forma y una 2-forma. En los documentos de la serie UFT se demuestra que esto produce el siguiente resultado en notación tensorial:

$$\begin{aligned} & \partial_\mu T_{\nu\rho}^a + \partial_\rho T_{\mu\nu}^a + \partial_\nu T_{\rho\mu}^a + \omega_{\mu b}^a T_{\nu\rho}^b + \omega_{\rho b}^a T_{\mu\nu}^b + \omega_{\nu b}^a T_{\rho\mu}^b : \\ & = R_{\mu\nu\rho}^a + R_{\rho\mu\nu}^a + R_{\nu\rho\mu}^a \end{aligned} \quad (1.35)$$

una suma de tres términos. En documentos tales como el UFT137, esta identidad se demuestra con todo detalle utilizando el postulado de la tétrada. La demostración es



complicada pero, una vez más, muestra la gran elegancia de la geometría de Cartan. Utilizando el concepto del dual de Hodge [1–11], el resultado (1.35) puede expresarse como:

$$\partial_{\mu} \tilde{T}^{a\mu\nu} + \omega_{\mu b}^a \tilde{T}^{b\mu\nu} := \tilde{R}_{\mu}^{a\mu\nu}, \quad (1.36)$$

donde el tilde denota el tensor que es dual de Hodge de  $T_{\mu\nu}^a$ . En cuatro dimensiones, el dual de Hodge de un tensor antisimétrico, ó 2-forma, es otro tensor antisimétrico. A partir de la Ec. (1.36) la identidad de Cartan puede expresarse como:

$$\partial_{\mu} \tilde{T}^{a\mu\nu} = j^{a\nu} = \tilde{R}_{\mu}^{a\mu\nu} - \omega_{\mu b}^a \tilde{T}^{b\mu\nu}. \quad (1.37)$$

Definiendo:

$$j^{a\nu} = (j^{a0}, \underline{j}^a), \quad (1.38)$$

la identidad de Cartan se divide en dos ecuaciones vectoriales:

$$\underline{\nabla} \cdot \tilde{T}_{spin}^a = j^{a0} \quad (1.39)$$

y

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \tilde{T}_{spin}^a}{\partial t} + \underline{\nabla} \times \tilde{T}_{orb}^a = \underline{j}^a. \quad (1.40)$$

Estas ecuaciones devienen una base para las ecuaciones homogéneas de la electrodinámica en la teoría ECE, y definen la densidad de corriente de carga magnética en términos de geometría. Estas ecuaciones se incluyen en el Modelo de Ingeniería de la teoría ECE, publicado en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us). También definen las ecuaciones de campo homogéneas de la gravitación.

La identidad de Evans de la geometría diferencial se infirió durante el transcurso del desarrollo de la teoría ECE, y en notación mínima es:

$$D \wedge \tilde{T} = d \wedge \tilde{T} + \omega \wedge \tilde{T} := \tilde{R} \wedge q = q \wedge \tilde{R}. \quad (1.41)$$

Es válida en cuatro dimensiones, porque el dual de Hodge de una 2-forma, en cuatro dimensiones, es otra 2-forma. De manera que los duales de Hodge de la torsión y la curvatura cumplen con la identidad de Cartan. Este resultado constituye la identidad de Evans (1.41). En notación tensorial es:

$$\begin{aligned} & \partial_{\mu} \tilde{T}_{\nu\rho}^a + \partial_{\rho} \tilde{T}_{\mu\nu}^a + \partial_{\nu} \tilde{T}_{\rho\mu}^a + \omega_{\mu b}^a \tilde{T}_{\nu\rho}^b + \omega_{\rho b}^a \tilde{T}_{\mu\nu}^b + \omega_{\nu b}^a \tilde{T}_{\rho\mu}^b : \\ & = \tilde{R}_{\mu\nu\rho}^a + \tilde{R}_{\rho\mu\nu}^a + \tilde{R}_{\nu\rho\mu}^a \end{aligned} \quad (1.42)$$

una ecuación que es equivalente a:

$$\partial_{\mu} T^{a\mu\nu} + \omega_{\mu b}^a T^{b\mu\nu} := R_{\mu}^{a\mu\nu}, \quad (1.43)$$

tal como se demuestra con todo detalle en los documentos de la serie UFT. La ecuación tensorial (1.42) se divide en dos ecuaciones vectoriales:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{T}_{orb}^a = J^{a0} = R_{\mu}^{a\mu 0} - \omega_{\mu b}^a T^{b\mu 0} \quad (1.44)$$

y

$$\underline{\nabla} \times \underline{T}_{spin}^a - \frac{1}{c} \frac{\partial \underline{T}_{orb}^a}{\partial t} = \underline{J}^a. \quad (1.45)$$

Cuando se traducen a la electrodinámica, éstas devienen las ecuaciones de campo inhomogéneas, las cuales definen la densidad de carga eléctrica y la densidad de corriente eléctrica en términos de geometría. Si se desprecia la torsión o, incorrectamente, se la supone igual a cero, la identidad de Cartan se reduce a

$$R \wedge q = 0, \quad (1.46)$$

la cual es la notación elegante para la primera identidad de Bianchi:

$$R_{\mu\nu\rho}^{\lambda} + R_{\rho\mu\nu}^{\lambda} + R_{\nu\rho\mu}^{\lambda} = 0. \quad (1.47)$$

La segunda identidad de Bianchi puede deducirse a partir de la primera identidad de Bianchi, y es

$$D_{\mu} R_{\lambda\nu\rho}^k + D_{\rho} R_{\lambda\mu\nu}^k + D_{\nu} R_{\lambda\rho\mu}^k = 0. \quad (1.48)$$

Claramente, las dos identidades de Bianchi son ciertas si y sólo si la torsión es igual a cero. En otras palabras, las dos identidades son ciertas si y sólo si la conexión de Christoffel es simétrica. El método del conmutador muestra que la conexión de Christoffel es antisimétrica, de manera que las dos identidades de Bianchi son incorrectas. La primera identidad de Bianchi debe de reemplazarse por la identidad de Cartan (34) y la segunda identidad de Bianchi fue reemplazada en el documento UFT 255 por:

$$\begin{aligned} D_{\mu} D_{\lambda} T_{\nu\rho}^k + D_{\rho} D_{\lambda} T_{\mu\nu}^k + D_{\nu} D_{\lambda} T_{\rho\mu}^k := \\ D_{\mu} R_{\lambda\nu\rho}^k + D_{\rho} R_{\lambda\mu\nu}^k + D_{\nu} R_{\lambda\rho\mu}^k. \end{aligned} \quad (1.49)$$

Por lo tanto, Einstein utilizó íntegramente la identidad equivocada (1.47) en su ecuación de campo. Ningún experimento puede demostrar la corrección de una geometría que contiene errores matemáticos, y sin duda las afirmaciones de experimentalistas, proclamando haber evaluado la ecuación de campo de Einstein con extrema precisión, han sido ampliamente criticadas durante muchos años. Los mismos datos experimentales contemporáneos pueden o no ser precisos, pero sin duda no demuestran una geometría incorrecta. Einstein, de hecho, arrojó a la basura la primera ecuación estructural de Cartan Maurer, de manera que su geometría contenía, y aún contiene, sólo la mitad de la verdad geométrica, y la geometría es el tema más autocontenido de todos los que existen. La determinación experimental de la curva de velocidad de la galaxia en espiral, desarrollada a fines de la década de 1950, refuta íntegra y completamente tanto a Einstein como a Newton. En varios de los documentos de la serie UFT publicados en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us), se explican las curvas de velocidad directamente mediante teoría ECE, utilizando nuevamente el mínimo número de postulados, como por ejemplo en el documento UFT 238. Los dogmáticos utilizaron, y aún utilizan, ideas *ad hoc*, tales como la materia oscura, para tapar el fracaso catastrófico de las teorías de Einstein y Newton en su descripción de las galaxias en espiral. Se transformaron en ídolos de la caverna, y soñaron con la materia oscura en sus rincones más oscuros. Su afirmación de que el universo está construido mayoritariamente por materia oscura es un fracaso absurdo. Multiplicando este fracaso, aún afirman que la teoría de Einstein es muy precisa en sitios tales como el Sistema Solar. Este dogma ha reducido la filosofía natural a un mero sinsentido. Una teoría ya sea que funciona o que no funciona. No puede ser brillantemente exitosa y fracasar completamente al mismo tiempo. La teoría ECE y el cambio paradigmático post-einsteiniano no utilizan materia oscura ni ideas fabricadas deliberadamente para no poder ser evaluadas a nivel experimental: "ni siquiera están equivocadas", como lo expresó Pauli.

En algún trabajo reciente, a partir del documento UFT 254, la identidad de Cartan se ha reducido a un formato vectorial sencillo y claro

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{\omega}_b^a \times \underline{T}_{spin}^b := \underline{\omega}_b^a \cdot \underline{\nabla} \times \underline{T}_{spin}^b - \underline{T}_{spin}^b \cdot \underline{\nabla} \times \underline{\omega}_b^a. \quad (1.50)$$

Como siempre en la teoría ECE, esta identidad vectorial es covariante generalizada. Es muy útil cuando se utiliza con las ecuaciones geométricas para densidades de corriente de carga magnética y eléctrica, también desarrolladas a partir del documento UFT 254. En el siguiente capítulo se demuestra que combinaciones de ecuaciones de la teoría ECE, tales como las aquí incluidas generan muchas nuevas ideas.

Esta recopilación introductoria de la geometría de Cartan ha demostrado que la teoría ECE se basa íntegramente en cuatro ecuaciones: la primera y segunda ecuaciones estructurales de Cartan Maurer, la identidad de Cartan, y el postulado de la tétrada. Estas ecuaciones se han conocido y enseñado durante casi un siglo. Utilizando estas ecuaciones se ha unificado el tema de la filosofía natural sobre una bien conocida base geométrica. Se ha unificado el electromagnetismo con la gravitación, y se han desarrollado nuevos métodos para describir la estructura de las partículas elementales. Se ha unificado la relatividad general con la mecánica cuántica, mediante el desarrollo del postulado de la tétrada en una ecuación de onda covariante generalizada:

$$\left( +K^2 \right) q_\mu^a = 0, \quad (1.51)$$

donde

$$K^2 = q_a^\nu \partial^\mu (\omega_{\mu\nu}^a - \Gamma_{\mu\nu}^a). \quad (1.52)$$

La ecuación de onda (1.51) se ha logrado reducir a todas las principales ecuaciones de onda relativistas, tales como las ecuaciones de onda de Klein Gordon, Proca y Dirac, y al así hacerlo estas ecuaciones de onda se han desarrollado como ecuaciones de la relatividad general. Todas se basan en el teorema más fundamental de la geometría de Cartan, el postulado de la tétrada. La ecuación de Dirac se ha desarrollado en una ecuación del fermión, al factorizar la ecuación de onda de la teoría ECE que se reduce, en la relatividad restringida, a la ecuación de onda de Dirac. La ecuación del fermión sólo necesita matrices de  $2 \times 2$ , y no sufre de cosas tales como la energía negativa, mientras que al mismo tiempo produce el positrón y otras anti-partículas. De manera que los descubrimientos del grupo de Rutherford también se han explicado geoméricamente.

El Principio de Incertidumbre de Heisenberg se sustituyó y desarrolló en el documento UFT 13, y se demostró fácilmente que es incorrecto en el documento UFT 175. El principio de incertidumbre debiera de describirse con mayor precisión como el principio de indeterminación, lo cual constituye una admisión de fracaso desde el mero principio. Fue rechazado por Einstein, de Broglie, Schroedinger y otros en la célebre Conferencia Solvay de 1927, y dividió permanentemente a la filosofía natural en dos grupos: los científicos y los dogmáticos. El principio de indeterminación ha sido demostrado experimentalmente como salvajemente erróneo por el grupo de Croca [12], quienes utilizaron microscopia avanzada y otros métodos experimentales. Los dogmáticos ignoran esta refutación experimental. Los científicos toman debida nota de la misma y adaptan sus teorías en consecuencia, siguiendo las advocaciones de Bacon, quien fuera esencialmente el fundador del método científico. La indeterminación significa que ciertas cantidades resultan absolutamente no cognoscibles, y según los dogmáticos de Copenhague, la geometría es incognoscible porque la relatividad general se basa en la geometría. De manera que nunca tuvieron éxito en la unificación de la relatividad general y la mecánica cuántica. En la teoría ECE, esta unificación es directa, tal como se acaba de describir, y se basa en el postulado de la tétrada re-expresado como una ecuación de onda. Cualquier cosa que se afirme dogmáticamente como emanada a partir de las ocultas y fervientes prácticas de la indeterminación puede obtenerse de una manera elegante y racional a partir del documento UFT13, sin la necesidad de recurrir al fuego o al azufre.

De manera que la indeterminación fue la primera baja importante producida por la teoría ECE; otros ídolos también comenzaron a derrumbarse, y los dogmáticos junto con ellos. Todo ha sido arrojado por la ventana: la invariancia gauge U(1), la radiación transversal del vacío, el fotón sin masa, el pequeño grupo E(2), la relatividad general einsteiniana, la teoría electro débil GWS, refutada completamente en el documento UFT 225, la teoría SU(3) de quarks y gluones, la electrodinámica cuántica con sus parámetros de ajuste tales como las partículas virtuales, el abracadabra de la renormalización y regularización, la cromodinámica cuántica, la libertad asintótica, el confinamiento de los quarks, la simetría aproximada, la teoría de cuerdas, la teoría de supercuerdas, las dimensiones múltiples, los 19 parámetros ajustables, aún más parámetros ajustables, la materia oscura, el flujo oscuro, el Big Bang, los agujeros negros, los agujeros negros interactuantes, los supercolisionadores con un costo de

cien mil millones de dólares, el lote completo, extraños sueños que condujeron al bosón de Higgs, el ídolo más oscuro de todos.

Todo es apacible, y bajo la luz de la razón todo es geometría.

## Referencias bibliográficas.

- [1] M.W. Evans, Ed., J. Found. Phys. Chem. (CISP 2011).
- [2] M.W. Evans, Ed. “Definitive Refutations of the Einsteinian General Relativity” (número especial seis de la referencia (1), 2012).
- [3] M.W. Evans, S. J. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, “Criticisms of the Einstein Field Equation” (CISP 2011).
- [4] M.W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, “Generally Covariant Unified Field Theory” (Abramis 2005 a 2011), en siete volúmenes.
- [5] L.Felker, “The Evans Equations of Unified Field Theory” (Abramis 2007). Existe traducción al idioma castellano por Alex Hill, de libre acceso y publicado en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us).
- [6] M . W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, documentos y plenaria en la Academia de Ciencias de Serbia; documentos en las publicaciones Found. Phys. Lett., Physica B y Acta Phys. Polonica.
- [7] M .W. Evans y S. Kielich, Eds., “Modern Nonlinear Optics” (Wiley 1992, 1993, 1997, 2001), en dos ediciones y seis volúmenes.
- [8] M. W. Evans y L. B. Crowell, “Classical and Quantum Electrodynamics and the B(3) Field” (World Scientific 2001).
- [9] M. W. Evans y J.-P. Vigiér, “The Enigmatic Photon” (Kluwer, Dordrecht, 1994 a 2002) en diez volúmenes con encuadernación dura y blanda.
- [10] M. W. Evans y A. A. Hasanein, “The Photomagnetron in Quantum Field Theory” (World Scientific 1994).
- [11] S. M. Carroll, “Spacetime and Geometry: an Introduction to General Relativity” (Addison Wesley, Nueva York, 2004), capítulos uno a tres, y notas publicadas en la red.
- [12] J. R. Croca, “Towards a Nonlinear Quantum Physics” (World Scientific, 2002).
- [13] S. P. Carroll, Spacetime and Geometry, an Introduction to General Relativity (Addison Wesley, Nueva York, 2004), capítulo tres.
- [14] M. W. Evans, Sección de Omnia Opera del portal [www.aias.us](http://www.aias.us) (1992 al presente).
- [15] J. B. Marion y S. T. Thornton, \_Classical Dynamics of Particles and Systems (Harcourt Brace College Publishers, 1988, tercera edición).
- [16] Véase, por ejemplo una recopilación por parte de Zawodny en la ref. (7).
- [17] Los primeros documentos acerca del campo B(3) son la ref. (12), disponible en la Sección de Omnia Opera del portal [www.aias.us](http://www.aias.us) .

- [18] L. H. Ryder, Quantum Field Theory (Cambridge University Press, 1996, 2a ed.).
- [19] S. Crothers, documentos y referencias incluidos en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us) y en el documento 93 de la serie UFT en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us).
- [20] P. W. Atkins, *Molecular Quantum Mechanics* (Oxford University Press, 1983, 2a edición y ediciones subsiguientes).
- [21] J. R. Croca, *Towards a Non-linear Quantum Physics* (World Scientific, 2001).
- [22] Esta afirmación figura en la ref. (18) y se corrigió en la ref. (1).
- [23] E. G. Milewski (Chief Editor), *The Vector Analysis Problem Solver* (Research and Education Association, Nueva York, 1987, impresión revisada).
- [24] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics* (Wiley, Nueva York, 1999, tercera edición).
- [25] M. W. Evans, *Acta Phys. Polonica*, 38, 2211 (2007).
- [26] M. W. Evans y H. Eckardt, *Physica B*, 400, 175 (2007).
- [27] M. W. Evans, *Physica B*, 403, 517 (2008).
- [28] Michael Krause (Director), "All About Tesla" (una película disponible en DVD que se estrenó en 2007).
- [29] P. W. Atkins, frontispicio de la ref. (20).